

アナログフィードバック伝送方式
— デジタル情報の伝送 —

尾佐竹 徇
田 中 英 彦
(東京大学・工学部)

1968年11月27日

社団法人 電子通信学会

アナログフィードバック伝送方式 — デジタル情報の伝送 —

尾 佐 竹 徇 ・ 田 中 英 彦
(東 京 大 学 工 学 部)

1. ま え が き

デジタル情報の伝送には普通パルスが用いられアナログ伝送方式に比して雑音に強いとか中継が行い易い等の利点を持っているが、反面所要帯域が広くアナログ伝送に比らべて情報伝送の能率は低い。従って、伝送をアナログ方式で行なえば普通のパルス伝送よりもはるかに能率良く情報を伝送し得ることが考えられる。

ここに提案する方式は、デジタル情報をアナログ量に変換しアナログフィードバック伝送方式を用いてそれを精度良く伝送し、受信側でA-D変換することにより元のデジタル情報を求めようとする方式である。アナログフィードバック方式については、Schalkwijk⁽¹⁾等が又別の観点から一部解析を行っているが、本文で提案するものは送受信側が互に相手の所持情報を推定しつつ足りない所を送信情報として補ってゆくといった一種の適応通信である。

機器が発達し伝送路としてかなり特性の良いものが得られ、又データ伝送、PCM等が広く用いられ始めている現在、既存アナログ回線との整合とか伝送にアナログ量を用いる方式等も検討の余地があるように思われる。

2. アナログフィードバック伝送方式

2.1 方式モデル

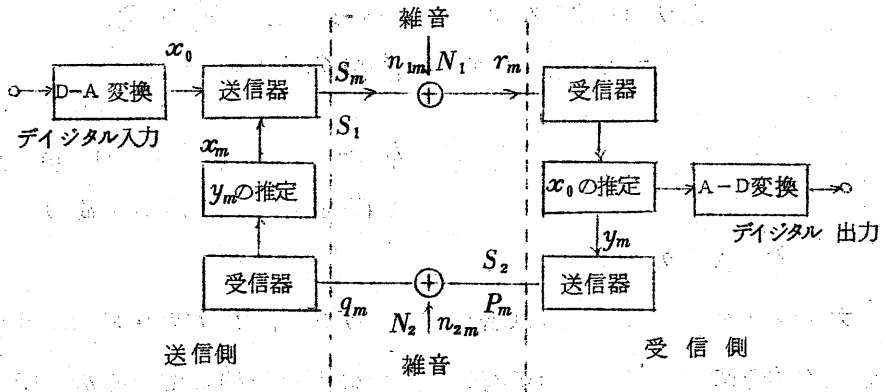


図1. アナログフィードバックによるデジタル情報伝送

図1はアナログスカラー値 x_0 ($\bar{x}_0 = 0, \bar{x}_0^2 = \sigma^2$) をできるだけ SNR 良く受信側に伝える為のアナログフィードバック伝送方式のモデルである。1つのアナログ値 x_0 を伝送するのに何回かの離散的伝送 (PAM 等のような) を行い、一度伝送する毎に帰還も一度行なわれるものとする。又第 i 回目の伝送時の記号としては次のものを用いる。

$S_i, p_i(r_i, q_i)$: それぞれ順・逆方向路の送信信号 (受信信号)

n_{1i}, n_{2i} : それぞれ順・逆方向路の加算雑音

y_i : i 回伝送後、受信側に於ける x_0 の最尤推定値

x_i : i 回送後、送信側に於ける y_i の最尤推定値

S_1, S_2 : 順・逆方向の送信電力 (毎回同一電力)

N_1, N_2 : 順・逆方向路の雑音電力

伝送の第一回目は送るべきスカラー x_0 のみで定まる値 s_1 を伝送し、順方向伝送路ではこれに雑音 n_{11} が加わって受信される。受信側ではこ

の受信信号から x_0 を推定しそれを y_1 として記憶し y_1 で定まる値 p_1 を帰還路により送り返す。送信側ではこれに雑音 $n_{2,1}$ が加わって受け取られる。送信側ではこの受信値 q_1 と x_0 とから y_1 を推定し、その値を x_1 と記憶し第2回目の伝送信号 s_2 を x_0 と x_1 とから定める。2回目の伝送を受け取ると、受信側では前の推定値 y_1 と今受け取った受信信号とから x_0 を推定してより確かな推定値 y_2 を作りこれを y_1 の代わりに記憶する。2回目の帰還信号としては y_1 と y_2 とから定まる値 P_2 を送り返す。以下これを何度か繰り返す訳である。上述のモデルでは信号、雑音等にすべてスカラーを用いているが、これは例えば PAM 等の離散的通信に於ける変復調スカラー値である。送信電力には制限があり毎回の伝送について同一である。又雑音の性質は問わないがその電力は一定であるとする。送信電力が毎回同一であるという条件に対する検討も以下で行う。更に送受信信号、推定値等の関係を与える関数はすべて線形で伝送路の SNR と伝送回数とから定まる重み付け加算である。

2.2 帰還路雑音が無視できる場合

① 簡易フィードバック方式

送信側では受信側での x_0 、推定値 y_i を正しく知ることができるから $x_i = y_i$ であって、この時次のような簡単な方式を考える。

$$s_i = a_i(x_0 - x_i), \quad \text{但し, } s_1 = a_1 x_0 \quad (1)$$

$$r_i = s_i + n_{1,i} \quad (2)$$

$$y_i = y_{i-1} + d_i r_i \quad (3)$$

$$p_i = y_i = q_i = x_i \quad (4)$$

但し、 a_i 、 d_i は定数である。

この方式 i 回伝送後の雑音電力 U_i を求めると次のようになり、

$$U_i = (1 - d_i a_i)^2 U_{i-1} + d_i^2 N_1 \quad (5)$$

a_i は送信電力条件から定まるので上式は d_i だけの 2 次式となるから最小値が存在し、それを求めると i 回伝送後の SNR は漸化式で与えられる。第 1 回目の SNR は S_1/N_1 であるから m 回伝送後の SNR は次のようになる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = \frac{S_1}{N_1} \left(1 + \frac{S_1}{N_1}\right)^{m-1} \quad (6)$$

② 最適無雑音フィードバック方式

帰還路雑音が無視できる場合の最適方式を与えよう。送信信号及び推定値等の方式として次のような形を考える。

$$s_i = a_i x_0 + b_i x_{i-1} \quad (7)$$

$$y_i = c_i y_{i-1} + d_i r_i = x_i \quad (8)$$

但し、 a_i , b_i , c_i , d_i は定数である。

今送信電力が毎回同じという条件をはずし、ゆるく m 回の伝送電力の総和を一定 P_s としておく。従って

$$P_s = \sum_{i=1}^m \bar{s}_i^2 \quad (9)$$

この条件の下、 U_m を最小にすると m 回最適フィードバック伝送を行った後の SNR は次のように与えられることが示される。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = \frac{\sigma^2}{U_m} = \left(1 + \frac{1}{m} \cdot \frac{P_s}{N_1}\right)^{m-1} \quad (10)$$

この SNR は毎回の伝送電力については制限がなく m 回伝送の電力和のみを一定にした場合のものであるが、①と同様な方法で各回の伝送電力を一定値 S_1 とした場合に m 回最適伝送を行った後の SNR を求めると、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = \left(1 + \frac{S_1}{N_1}\right)^{m-1} \quad (11)$$

となる。 $P_s = mS_1$ であるから、従って m 回伝送の電力和が与えられた場合の最適伝送は、各回の伝送電力を等しくすることである。各定数を求めると、 $i-1$ 回伝送後の SNR を f_{i-1} として次のようになる。

$$a_i = \sqrt{S_1} \cdot \sqrt{1 + f_{i-1}} / \sigma \quad (12)$$

$$b_i = \frac{\sqrt{S_1} \cdot f_{i-1}}{\sigma \sqrt{1 + f_{i-1}}} \quad (13)$$

$$c_i = \frac{(S_1 + N_1) f_{i-1}}{S_1(1 + f_{i-1}) + N_1 f_{i-1}} \quad (14)$$

$$d_i = \frac{\sigma \sqrt{S_1} \sqrt{1 + f_{i-1}}}{S_1(1 + f_{i-1}) + N_1 f_{i-1}} \quad (15)$$

2.3 帰還路雑音を考慮した場合

① y_i を帰還信号とする場合

送信信号 s_i , 推定値 y_i の作り方としては前節の (7, 8) 式で用いた形式を用い (値は異なる), 帰還信号として (φ_i , ζ_i は定数)

$$p_i = \varphi_i y_i \quad (16)$$

$$q_i = p_i + n_{2i} \quad (17)$$

$$x_i = \zeta_i q_i \quad (18)$$

前節と同様にして i 回伝送後の y_i の雑音電力を求め順方向路の送信電力が毎回一定, S_1, S_2 という条件下 U_i を最小にすると i 回フィードバックを行った後の SNR と $i-1$ 回の SNR との関係は次のように求まる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \left[1 + \frac{(S_1/N_1) \cdot (S_2/N_2)}{(1+S_1/N_1)\{1+(S/N)_{i-1}\}+S_2/N_2}\right] \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{i-1} + \frac{S_1}{N_1} \quad (19)$$

$i=1$ での SNR は S_1/N_1 であるからこれで解くことができる。

上式に於いて, S_2/N_2 が充分大とすると, $i=m$ として

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m \doteq \left(1 + \frac{S_1}{N_1}\right) \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{m-1} + \frac{S_1}{N_1} = \left(1 + \frac{S_1}{N_1}\right)^{m-1} \quad (20)$$

となり, これは前節で述べた最適無音フィードバックである。

又 $S_1/N_1 = S_2/N_2 \gg 1$ とするとほぼ

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m \doteq 2 \frac{S_1}{N_1} + \left(\frac{S}{N}\right)_{m-1} \doteq (2m-1) \left(\frac{S}{N}\right)_{m-1} \quad (21)$$

であって, 即ち単方向性通信の場合より 3 dB SNR が良くなる。

② 最適フィードバック方式

帰還信号として一般に何が適当かを考えると受信側でどの程度正しく受信されているかという情報であり, それは x_i の新しい推定値と古い推定値との差のみを知ることによって充分である。従って第 i 回目の帰還信号としては y_i と y_{i-1} とから作れば充分で y_{i-2} 以下の情報は不必要と考えられる。よって適当な重み付け $\phi_i, \psi_i, \zeta_i, \xi_i, \theta_i$ を用いる

と帰還方式として次のような方式が考えられる (s_i, y_i は (7), (8) 式を用いる)

$$p_i = \varphi_i y_i + \psi_i y_{i-1}, \quad q_i = p_i + n_{1i} \quad (22)$$

$$x_i = \theta_i x_0 + \zeta_i q_i + \xi_i x_{i-1} \quad (23)$$

$$\text{但し, } \psi_1 = \xi_1 = \theta_1 = 0$$

この場合の解析は雑音項に過去の履歴が残るのでかなり複雑である。従って解析の要点のみをしるすに止める。 y_i, x_i の雑音成分 u_i, v_i を各々2つに分けて次のように置く。

$$u_i = \varepsilon_i u_{i-1} + w_i \quad (24)$$

$$v_i = u_i + z_i \quad (25)$$

$$\text{但し, } \overline{u_{i-1} \cdot w_i} = 0, \quad \overline{u_i \cdot z_i} = 0$$

即ち ε_i は1回前の雑音項よりの寄与割合であり, w_i はそれと無相関な成分 (n_{1i}, n_{2i-1} 等からの寄与) である。又 v_i に関しては y_i の雑音成分とそれと無相関な成分 (n_{2i}) とである (こちらの場合には ε_i に相当する重みが付かない)。毎回の伝送毎に SNR を最大とするよう種々の重みパラメータを選んでゆくと最終的に最適なものとなる (毎回に加わる雑音は無相関) ので, 送信信号と受信側の推定値 y_i とを作る重み付けは $(a_i, b_i, c_i, d_i)y_i$ の雑音電力 U_i を最小にするように選べばよい。帰還信号について考えると, この場合はできるだけ y_i について正しく伝えることが任務であるから, x_i の雑音成分の

うち z_i を最小にするよう重みを付ければよい。いま、定数 α_i, β_i, r_i を用い z_i をさらに次のように分ける。

$$z_i = \alpha_i u_{i-1} + \beta_i w_i + r_i z_{i-1} + \zeta_i n_{2i} \quad (26)$$

$\overline{z_i \cdot u_i} = 0$ を用いて、 α, β, r を求め、 z_i の電力 Z_i を求めると

$$\frac{Z_i}{U_i} = \frac{A_1 \psi_i^2 + A_2}{B_1 \varphi_i^2 - 2B_2 \varphi_i \psi_i + B_3 \psi_i^2 + B_4} \quad (27)$$

$$A_1 = U_{i-1} Z_{i-1} N_1 d_i^2 \quad (28)$$

$$A_2 = N_2 [(\varepsilon_i + d_i b_i)^2 Z_{i-1} U_{i-1} + d_i^2 N_1 (U_{i-1} + Z_{i-1})] \quad (29)$$

$$B_1 = A_2 U_i / N_2 \quad (30)$$

$$B_2 = U_i U_{i-1} Z_{i-1} (\varepsilon_i + d_i b_i) \quad (31)$$

$$B_3 = U_{i-1} Z_{i-1} (U_i - d_i^2 N_1) \quad (32)$$

$$B_4 = N_2 (\varepsilon_i U_{i-1} - d_i b_i Z_{i-1})^2 \quad (33)$$

帰還路の電力制限条件の下、上式を最小にする φ_i, ψ_i が最適方式となりこれは前節と同様にして解けるが複雑となるので式を省く。

2.4 計算結果

今迄に述べた種々のフィードバック方式の出力 SNR を、伝送回数 m を横軸として図示すれば図 2 のようになる。図中順方向路 SNR は 3 dB 又パラメータは帰還路 SNR である。一点鎖線の曲線は、単方向性通信すなわち同じ波形を m 回伝送した場合の SNR であって

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = m \cdot \left(\frac{S_1}{N_1}\right) \quad (34)$$

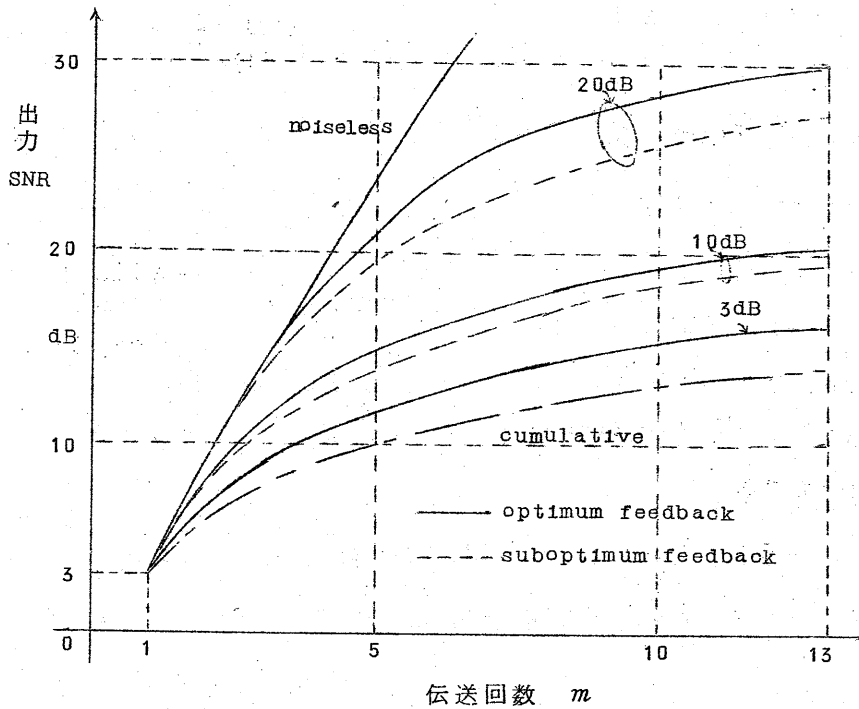


図2 種々のフィードバック方式のSNR($S_1/N_1 = 3\text{dB}$)

を示している。この曲線との差が帰還方式の利得である。

3. デジタル情報の伝送

アナログフィードバック伝送方式を用いてデジタル情報を伝送する場合にはD-A変換が問題となる。このD-A変換の方法によって様々な方式が考えられるが、ここではブロック符号化方式と連続符号化方式とについて述べることにする。

3.1 ブロック符号化方式

デジタル情報を伝送する方法として、まず入力デジタル情報を幾ビットかずつブロックに区切りそれぞれをD-A変換して独立に伝送する方式が考えられる。図3に於いて(1)の入力デジタル情報を k ビット

ずつのブロックに区切りそれらを各々 $D - A$ 変換したのが(2)である。この $D - A$ 変換された値をそれぞれアナログ値 x とみなして周期

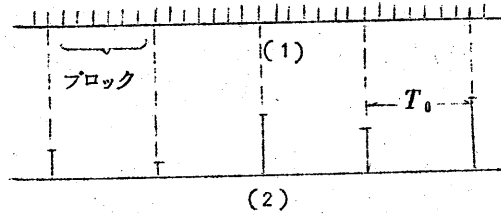


図3. 入力情報ビットと $D - A$ 変換出力

T_0 sec の間にアナログフィードバック伝送し、受信側では得たアナログ値 x^* を $A - D$ 変換して元のデジタル情報を得るということを繰り返す訳である。

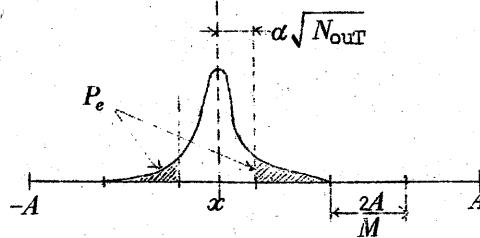
受信アナログ値 x^* を $A - D$ 変換した時の誤り率を考えると、1つの情報ブロックを k ビットに復調することはアナログ値 x^* の dynamic range を

$$M = 2^k$$

で与えられる M 等に分割することであるから、 x^* が x の属する小区間外(図4斜線内)に出た時誤りが生じる。受信値 x^* は送信値 x (M 種ありそれらは区間 $(-A, A)$ を M 等分した小区間に対応してその中央に位置するものとしている)の囲りに分布するがその分散はアナログ値 x^* の雑音電力で与えられる。今、誤り率 P_e となる為には出力雑音電力の平方根が分割区間巾の $1/2\alpha$ 以下でなければならないとし、アナログ値 x は M 種とも等確率で取りうるとする必要出力 SNR は次のようになる。

図4.

アナログ値 x^* の分布



$$\frac{S_{OUT}}{N_{OUT}} = \frac{1}{3} \alpha^2 (M^2 - 1) \quad (36)$$

又 T_0 sec の間に行うアナログフィードバック伝送の回数 m は、アナログフィードバック伝送の繰り返し周期を T_{sec} として（伝送遅延は後に扱う）伝送路帯域を B Hz とすれば

$$m = T_0 / T = 2BT_0 \quad (37)$$

従ってこの方式の情報伝送速度 R bits/sec は次のようになる。（(36)式）。

$$R = \frac{k}{T_0} = B \log_2 \left[1 + \frac{3}{\alpha^2} \left(\frac{S_{OUT}}{N_{OUT}} \right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad \text{bits/sec} \quad (38)$$

又誤り率 P_e は雑音が高スアンの場合は次のようになる。

$$P_e = \left(\frac{M-1}{M} \right) \cdot \text{erfc } \alpha \quad (39)$$

但し、 $\text{erfc } \alpha$ は誤差関数であって $\text{erfc } 0 = 1$ である。

前章で与えた種々の方式に対する出力 SNR を (38) 式に代入すると誤り率 P_e に対する伝送速度を出すことができる。帰還路雑音が無視できる場合には (11) 式を用いて次のようになる。

$$R_0 = \frac{2k}{\log_2 [1 + \alpha^2 (4^k - 1) / 3]} \quad (40)$$

$$m = \frac{2k}{(1 - \epsilon) \cdot \log_2 (1 + S_1 / N_1)} \quad (41)$$

但し R_0 は通信容量 C に対する規格化伝送速度 R/C であり、又 $\epsilon = 1 - \frac{R}{C}$ 。帰還路雑音が無視できる場合の規格化伝送速度とブロック

長 k との関係を示したのが図5である。この図は順方向路SNRとは無関係に常に成立する図である。ブロック長を長くすれば幾らでも低い誤り率で、且つ幾らでも通信容量に近い速度での伝送が可能である。図6

は伝送速度一定の下、一つのブロックを伝送する為に用いる伝送回数と誤り率との関係を示している。パラメータは規格化伝送速度 R_0 と

順方向路SNRとである。又曲

線上に示す数値はその時のブロック長を示している。例えばSNR = 10 dBの場合、ブロック長を9ビットに取れば誤り率 10^{-6} で伝送速度は通信容量の90%である。又この時1ブロックを伝送するのに6回のアナログフィードバックを行っている。

3.2 連続符号化方式

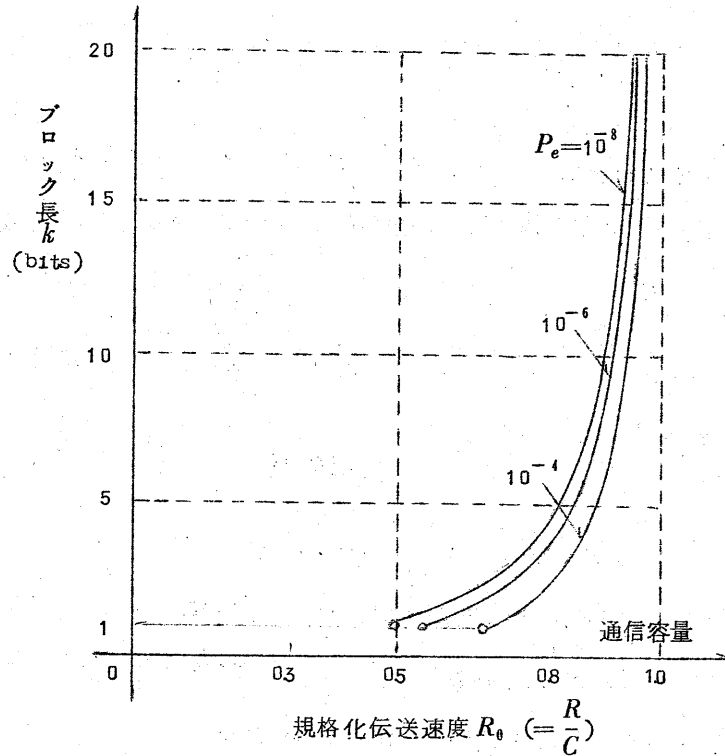


図5. 規格化伝送速度とブロック長

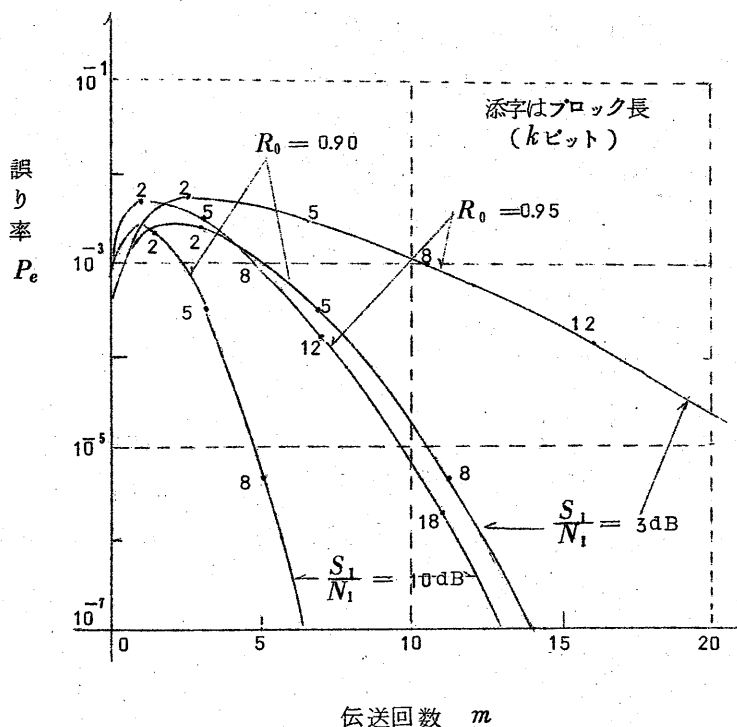


図 6. フィードバック回数と誤り率

送るべき情報をブロックに分割せず、送信側ではどんどんデジタル情報を D-A 変換してアナログ値 x の値をより精密にしてゆき同時にアナログ伝送を行いながら伝送して受信側では A-D 変換を行ってゆくという方式も考えられる。すなわち、まず伝送の最初に最しては充分多くのデジタル情報をアナログ値に直し、何度かのアナログフィードバック伝送を行い x^* の SNR を充分高くしておいてから受信点でデジタル情報の復調を始める。同時に送信側においても更にデジタル情報をアナログ値に変換して x の精度を高めるとともに x の高位情報(より始めのビット)を捨ててゆくという動作を繰り返す。D-A 変換の速度は

伝送路の情報伝送速度で定まる。この方式の伝送速度は丁度伝送路の通信容量に等しく、又誤り率に関しては伝送初期の末復調伝送の長さにより定まり、長くすれば幾らでも下げることができる。しかしこの方式では誤りが一度生じると後々迄も続くという誤り波及の問題があり、これに対して所々に dummy bits を入れて防ぐとか code に特殊なものを使用する等の対策が必要である。

3.3 伝送遅延と多重化

1つのアナログ値をフィードバック伝送する場合、その帰還信号が戻ってくる迄次の伝送はできない。特に送受信間の伝搬時間の長い場合はそれが問題になり、伝送路を能率良く使う為には多重化が必要となる。往復伝送時間と信号処理時間との和を T_c とし伝送帯域 B_{Hz} を用いると元のデジタル情報を k bits/sec 毎に分割し $\theta = 2BT_c$ チャンネル作ってそれらのチャンネルを順に伝送すればよい(図7)

4. 結 論

デジタル情報をアナログに変換しそれを伝送して後 A-D 変換により復号するという方式を検討した。アナログ量伝送にはアナログフィードバックを用い、

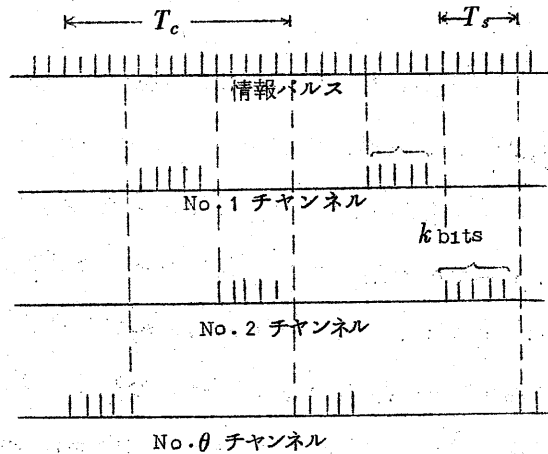


図7. 情報のチャンネル分割

例えば帰還路雑音が無視できる場合は幾らでも通信容量に近い速度で又

幾らでも低い誤り率での伝送が可能となる。帰還路雑音は能率を下げるが本方式は雑音に対するスレッシュホールドが無い。

最後に御検討いただいた秋山稔助教授に感謝する。

文 献

- (1) J.P.M. Schalkwijk and T. Kailath, "A coding scheme for additive noise channels with feedback", IEEE, Trans. IT-12, No.2, April, 1966, pp.172-188.