

UDC 621.371 : 621.376.5 : 621.391.833

パルス間干渉の改善*

—ディジタル判定補償方式—

正員 尾佐竹 徇† 准員 田中英彦†

あらまし 一般にディジタルパルスを伝送する場合、通信路の伝送特性によりパルス相互間に干渉を生じ受信におけるパルス判定の誤り率を大きくするので、できる限り干渉の小さいことが望まれる。そこで、送られて来たパルスを判定する場合、従来行なわれているようにパルスおのおのを単独に判定することなく、パルス相互の関係を考慮しながらパルス間干渉を補償して判定をおこなえば、より正しい受信の可能であることが考えられる。本文ではこの考えに基づき、ディジットの判定結果を適当に重みづけして判定前の信号入力に帰還することによってパルス間干渉の補償を行なう方法を提案し、それによる誤り率の改善度を求め、この補償を行なわないときと比較したところ、パルス間干渉がある程度以下ならば、誤り率はパルス間干渉の全くない場合の値近くにまで改善されうることが解った。

1. ま え が き

広く使われているデータ通信とかPCM方式などパルス系列を使った通信方式において、一般に受信ディジタルパルス列は伝送路特性によりパルス相互に干渉を生じている。ここで、パルス間干渉は広い意味での伝送路特性のみで定まるものと仮定すると、受信のときにいくつかのパルスをまとめて総合的にパルス判定を行なうことにより、パルス間干渉を減らしようとする。現在までにパルス間干渉を少なくしようという試みは二、三あるが、それらはいずれもパルス判定回路より前の段階でパルス判定とは全く独立に行なわれるような波形等化法である。

一方本文で述べる補償方式は、干渉の発生源となる前後いくつかのパルス判定結果に適当な重みづけして判定前の信号入力に帰還することにより干渉補償を試みたものであり、パルス判定回路を用いた非線形的な補償方式である。使用する遅延回路は短く、調節すべき素子の数もそれに依りて少なく、実用化はかなり容易であり回路は簡単である。干渉補償回路の効果も大きく、干渉量がある程度以下ならば干渉をほとんど消去することができる。

なお本文では、この補償を試みた場合の誤り率の特性を計算し、次いでそのパルス間干渉補償回路が誤動作した場合の誤判定波及の程度についての評価をも合わせ行なったもので、この方面にご関係のかたのご参考になれば幸いである。

2. 解析の基礎

ここで伝送路特性は時間的に不変とし、雑音は定常的ホワイトガウス雑音とする。またパルス判定(たとえば1か0か)は元のパルス波形を乗じて積分するような相関検出により行なうものとする。パルス波形を $\pm\sqrt{E}\varphi(t)$ ($0 < t < \tau$) とし雑音を $n(t)$ とし、パルスの波形の正負によって情報を送るものとするとき受信波 $r(t)$ は、パルス間干渉がない場合、

$$r(t) = \pm\sqrt{E}\varphi(t) + n(t) \quad 0 < t < \tau \quad (1)$$

ただし、 E はパルスのエネルギーであり

$$\int_0^\tau \varphi^2(t) dt = 1 \quad (2)$$

$r(t)$ に $\varphi(t)$ を掛けて積分すると出力は

$$\left. \begin{aligned} g &= \int_0^\tau r(t) \cdot \varphi(t) dt \\ &= \pm\sqrt{E} + n \\ n &= \int_0^\tau n(t) \cdot \varphi(t) dt \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

このとき、 $\alpha < n < \beta$ である確率 $P_{rob}(\alpha < n < \beta)$ は、

$$P_{rob}(\alpha < n < \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \int_\alpha^\beta \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (4)$$

で与えられ、雑音の電力スペクトル $W(f)$ を

$$W(f) = \frac{N_0}{2} \quad (-\infty < f < \infty) \quad (5)$$

とすれば、式(4)の σ はつぎのように与えられる。

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \quad (6)$$

さて、いまパルス間干渉が積分出力でいって $c\sqrt{E}$ あったとすれば、パルス判定の誤り率はつぎのようになる。

$$S_{10}(c) = P_{rob}(-\infty < n < -(1+c)\sqrt{E})$$

* Error Rate Improvement through Digital Decision in Pulse Transmissions. By TONAU OSATAKE, Member and HIDEHIKO TANAKA, Associate (Faculty of Engineering, University of Tokyo, Tokyo). [論文番号 4126]

† 東京大学工学部

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[(1+c) \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right] \quad (7)$$

$$S_{01}(c) = \operatorname{Prob}(\infty > n > (1-c) \sqrt{E})$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[(1-c) \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right] \quad (8)$$

ただし

$S_{10}(c)$: 干渉がパルス積分出力の $c \times 100\%$ 存在するとき, $+1$ のパルスを -1 と誤判定する確率

$S_{01}(c)$: 干渉がパルス積分出力の $c \times 100\%$ 存在するとき, -1 のパルスを $+1$ と誤判定する確率

$$\operatorname{erfc} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$$

3. パルス間干渉の補償方式

3.1 基本的原理

あるパルスに落ちてくる干渉の主なもの、先行する一、二のパルスからの干渉と、後続する一、二のパルスからの干渉とであって、それ以外のパルスからの干渉はこれらにくらべると十分小さいと考えてさしつかえない。そこでこの干渉を上記の2種類に限って考えることにする。先行パルスからの干渉に対しては、先行パルスの判定結果に基づいて干渉量を推測しこれで干渉を補償することを試み、後続パルスからの干渉に対しては、遅延回路を用い後続パルスを先に判定して干渉量を推測し補償を行なうことにする。ところが、干渉量を求めるためのパルス判定結果が誤っているときもあるわけで、そういう場合は補償をすることにより一層出力の誤り率が増すことになる。そこで、こういう事態の起こる確率を求めこれが十分に小さいことを確かめ、また一度誤っても誤りの波及が十分短いことを知る必要がある。これらのことを考慮して以下のように考え、パルスの平均誤り率を求めてみた。

3.2 先行パルスからのパルス間干渉の補償

伝送路の特性が定まると、先行パルスからの干渉は先行パルスの符号（正か負か）が判れば確実に予測できるから、図1の判定回路Jで先行パルスの正負を判定し、それに基づいて、1パルス間隔遅延の後、干渉補償量合成回路でつぎのパルスへの干渉を補償する。干渉補償を受けたパルスはその後パルス判定が行なわれ、その判定結果はまたそれに続くパルスへの干渉を補償するために使われる。こういう動作が連続して行なわれるわけである。

いま、パルス間干渉は、あるパルスから後続パルス

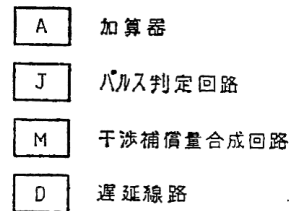
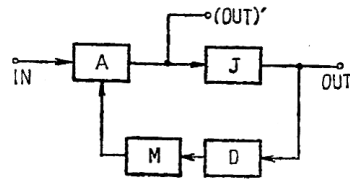


図1 先行パルス干渉補償回路
Fig. 1—Error compensating circuit for preceding pulse interferences.

へパルス積分出力の $c \times 100\%$ あるものとし、また簡単のため先行パルスへも同量 $c \times 100\%$ あるものと仮定する。

用いるパルスは双極性（1または -1 ）とし、パルス判定回路は、積分値が正なら $+1$ 負なら -1 を出すものとする。さらに記号をつぎのように定義する。

c' : 干渉補償量（パルス積分値の $c' \times 100\%$ ）

$P_{ij}(k, l)$: 先行パルスが k , 後続パルスが l のとき, i であるはずのパルスを j と誤って判定する確率

P_{ij} : 前後パルスのあらゆる場合を平均した確率で, i を j と誤判定する確率

m_i : 状態 i のパルスの生じる確率

$i, j, k, l = 1$ または 0

(0 は -1 のパルスを意味するものとする)

$$a = \sqrt{\frac{E}{N_0}}$$

さて、式(7), (8)を用いれば、確率 $P_{ij}(k, l)$ はつぎのように求めることができる。

$$2 P_{10}(1.1) = (1 - P_{10}) \operatorname{erfc}(1 + 2c - c')a + P_{10} \operatorname{erfc}(1 + 2c + c')a \quad (9)$$

$$2 P_{01}(1.1) = (1 - P_{10}) \operatorname{erfc}(1 - 2c + c')a + P_{10} \operatorname{erfc}(1 - 2c - c')a \quad (10)$$

$$2 P_{10}(1.0) = (1 - P_{10}) \operatorname{erfc}(1 - c')a + P_{10} \operatorname{erfc}(1 + c')a \quad (11)$$

$$2 P_{01}(1.0) = (1 - P_{10}) \operatorname{erfc}(1 + c')a + P_{10} \operatorname{erfc}(1 - c')a \quad (12)$$

$$2 P_{10}(0.1) = (1 - P_{01}) \operatorname{erfc}(1 + c')a + P_{01} \operatorname{erfc}(1 - c')a \quad (13)$$

$$2 P_{01}(0.1) = (1 - P_{01}) \operatorname{erfc}(1 - c')a + P_{01} \operatorname{erfc}(1 + c')a \quad (14)$$

$$2 P_{10}(0.0) = (1 - P_{01}) \operatorname{erfc}(1 - 2c + c')a + P_{01} \operatorname{erfc}(1 - 2c - c')a \quad (15)$$

$$2 P_{01}(0.0) = (1 - P_{01}) \operatorname{erfc}(1 + 2c - c')a$$

$$+P_{01} \operatorname{erfc}(1+2c+c')a \quad (16)$$

また、確率の定義から

$$P_{10} = m_1^2 P_{10}(1.1) + m_1 m_0 P_{10}(1.0) + m_0 m_1 P_{10}(0.1) + m_0^2 P_{10}(0.0) \quad (17)$$

$$P_{01} = m_1^2 P_{01}(1.1) + m_1 m_0 P_{01}(1.0) + m_0 m_1 P_{01}(0.1) + m_0^2 P_{01}(0.0) \quad (18)$$

式(9)~(16)を(17),(18)に代入するとつぎの連立方程式が得られる。

$$\alpha P_{10} - \beta P_{01} = p \quad (19)$$

$$-r P_{10} + \delta P_{01} = q \quad (20)$$

ただし、 $\alpha, \beta, r, \delta, p, q$ はつぎのようなものである。

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 + m_1^2 \operatorname{erfc}(1+2c-c')a \\ &\quad - m_1^2 \operatorname{erfc}(1+2c+c')a + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a \\ &\quad - m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \beta &= m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a - m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a \\ &\quad + m_0^2 \operatorname{erfc}(1-2c-c')a - m_0^2 \operatorname{erfc}(1-2c+c')a \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} r &= m_1^2 \operatorname{erfc}(1-2c-c')a - m_1^2 \operatorname{erfc}(1-2c+c')a \\ &\quad + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a - m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \delta &= 2 + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a - m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a \\ &\quad + m_0^2 \operatorname{erfc}(1+2c-c')a - m_0^2 \operatorname{erfc}(1+2c+c')a \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} p &= m_1^2 \operatorname{erfc}(1+2c-c')a + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a \\ &\quad + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a + m_0^2 \operatorname{erfc}(1-2c+c')a \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} q &= m_1^2 \operatorname{erfc}(1-2c+c')a + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1+c')a \\ &\quad + m_1 m_0 \operatorname{erfc}(1-c')a + m_0^2 \operatorname{erfc}(1+2c-c')a \end{aligned} \quad (26)$$

ゆえに、 P_{10}, P_{01} はつぎのように与えられる。

$$P_{10} = \frac{p\delta + q\beta}{\alpha\delta - \beta r} \quad (27)$$

$$P_{01} = \frac{p r + q \alpha}{\alpha \delta - \beta r} \quad (28)$$

つぎに特殊な場合の誤り率を求める。まず補償しなかったときの誤り率 W_{ij} は、上述の式中 $c'=0$ とし、

$$2W_{10} = m_1^2 \operatorname{erfc}(1+2c)a + 2m_1 m_0 \operatorname{erfc} a + m_0^2 \operatorname{erfc}(1-2c)a \quad (29)$$

$$2W_{01} = m_1^2 \operatorname{erfc}(1-2c)a + 2m_1 m_0 \operatorname{erfc} a + m_0^2 \operatorname{erfc}(1+2c)a \quad (30)$$

で与えられ、また先行パルスからの干渉がなく後続パルスからの干渉のみのときの誤り率（これは、パルス

間干渉量が前後どちらからも同量だけ生じる場合は、後続パルスからの干渉がなく先行パルスからの干渉のみのときの誤り率に等しい) I_{ij} は、すぐつぎのように求まる。

$$2I_{10} = m_1 \operatorname{erfc}(1+c)a + m_0 \operatorname{erfc}(1-c)a \quad (31)$$

$$2I_{01} = m_1 \operatorname{erfc}(1-c)a + m_0 \operatorname{erfc}(1+c)a \quad (32)$$

ただし W_{ij}, I_{ij} 等の記号は前と同様 i であるはずのパルスを j と誤判定する確率である。

ゆえに、先行パルスからの干渉を補償した場合、しない場合、先行パルスからの干渉がない場合（後続パルスからの干渉のみの場合）、それぞれパルス誤判定の確率の平均 P_F, P_W, P_I は

$$P_F = m_1 P_{10} + m_0 P_{01} \quad (33)$$

$$P_W = m_1 W_{10} + m_0 W_{01} \quad (34)$$

$$P_I = m_1 I_{10} + m_0 I_{01} \quad (35)$$

ここで、 $m_1 = m_0, c = c'$ とすると簡単になる。すなわち $\alpha = \delta, \beta = r, p = q$ であるから

$$P_F = \frac{p}{\alpha - \beta} \quad (36)$$

$$P_W = \frac{p}{2} \quad (37)$$

$$P_I = \frac{m_1}{2} \operatorname{erfc}(1-c)a + \frac{m_0}{2} \operatorname{erfc}(1+c)a \quad (38)$$

3.3 後続パルスおよび先行パルスからの干渉の補償

図2の回路は後続パルスからの干渉の補償回路であって、遅延回路をいくつか用いているのは後続パルスからの補償を何回か繰り返して補償の効果を高めようとしたためである。すなわち、あるパルスを判定するときそのパルスより k 個後にあるパルスを先に判定し、その結果で $k-1$ 個後のパルスに補償を行ない、補償された $k-1$ 個後のパルスを判定してさらに $k-2$ 個後のパルスを補償するというを繰り返して補償量の確からしさを増し、なるべく正確な補償をしよう

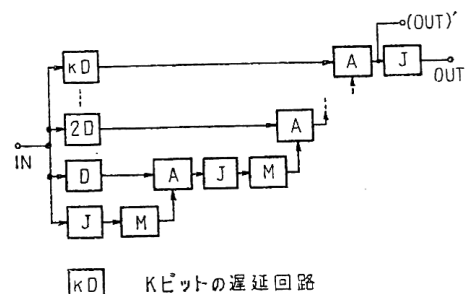


図2 後続パルス干渉補償方式
Fig. 2—Error compensating circuits for succeeding pulse interferences.

としたものである. この回路入力, 図1の回路により先行パルス干渉を補償したものが加えられる. ただし図1の out より得るのではなく, まだ判定前の信号出力 (out)' から得ねばならない. いま $P_{ij}(k)$ を定義して

$P_{ij}(k)$: 図2の回路のように k 回補償を繰り返して判定したとき, i であるべきパルスを j と誤判定する確率

またつぎのような仮定をおくものとする.

先行後続両パルスからの干渉は等しく (前と同様) おのおのパルス積分値の $c \times 100\%$ であるとする. $c=c'$. P_{ij} の記号は前節で求めたものを用いる.

図1の (out)' におけるパルス間干渉量とその生起確率は, 表1に示すようになる.

表1 図2の入力における干渉量と, その生起確率

先行パルス	後続パルス	先行パルス判定	干渉量 $\times 100\%$	生起確率
1	1	正	c	$m_1^2(1-P_{10})$
1	1	誤	$3c$	$m_1^2 P_{10}$
-1	1	正	c	$m_1 m_0(1-P_{01})$
-1	1	誤	$-c$	$m_1 m_0 P_{01}$
1	-1	正	$-c$	$m_1 m_0(1-P_{10})$
1	-1	誤	c	$m_1 m_0 P_{10}$
-1	-1	正	$-c$	$m_0^2(1-P_{01})$
-1	-1	誤	$-3c$	$m_0^2 P_{01}$

* 干渉量はパルス積分値に対する % である

これを利用して図2中 (out)' の干渉量 $c(\eta)$ とその生起確率 $m(\eta)$ を求めると, 確率 $P_{ij}(k-1)$ により表2のように表わすことができる. ただし η は, 状態を表わすものとする.

いま $\sum_{(\eta)}$ で状態和を表わすことにすれば, $P_{ij}(k)$ は

$$P_{10}(k) = \sum_{(\eta)} \frac{1}{2} m(\eta) \cdot \operatorname{erfc}[1+c(\eta)]a \quad (39)$$

表2 干渉量とその生起確率

干渉量 $c(\eta)$	生起確率 $m(\eta)$
$4c$	$m_1^2 P_{10} \cdot P_{10}(k-1)$
$2c$	$m_1^2 P_{10} \{1-P_{10}(k-1)\} + m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} P_{10}(k-1) + m_0 m_1 P_{10} \cdot \{1-P_{01}(k-1)\}$
0	$m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} \cdot \{1-P_{10}(k-1)\} + m_1 m_0 P_{01} P_{10}(k-1) + m_0 m_1 P_{10} P_{01}(k-1) + m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} \cdot \{1-F_{01}(k-1)\}$
$-2c$	$m_1 m_0 P_{01} \{1-P_{10}(k-1)\} + m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} P_{01}(k-1) + m_0^2 P_{01} \cdot \{1-P_{01}(k-1)\}$
$-4c$	$m_0^2 P_{01} P_{01}(k-1)$

* 干渉量はパルス積分値を1としたときの値である

$$P_{01}(k) = \sum_{(\eta)} \frac{1}{2} m(\eta) \cdot \operatorname{erfc}[1-c(\eta)]a \quad (40)$$

であるから, 表2を式(39), (40)に代入して

$$P_{10}(k) = a_{11} P_{10}(k-1) + a_{12} P_{01}(k-1) + u_1 \quad (41)$$

$$P_{01}(k) = a_{21} P_{10}(k-1) + a_{22} P_{01}(k-1) + u_2 \quad (42)$$

の形に書くことができる. ここで, ベクトル $\mathbf{P}(k)$, $\mathbf{P}(0)$, \mathbf{u} , 行列 A を用いると,

$$\mathbf{P}(k) = \begin{bmatrix} P_{10}(k) \\ P_{01}(k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{01} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

式(41), (42)は, つぎのようになる.

$$\mathbf{P}(k) = A\mathbf{P}(k-1) + \mathbf{u} \quad (43)$$

$$= A^k \cdot \mathbf{P}(0) + (A^{k-1} + A^{k-2} + \dots + A + U)\mathbf{u} \quad (44)$$

ここで U は単位行列であり, また a_{ij} , u_i は, つぎのようなものである.

$$2a_{11} = [m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} - m_1^2 P_{10}] \cdot \operatorname{erfc}(1+2c)a + [m_1 m_0 P_{01} - m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\}] \operatorname{erfc} a + m_1^2 P_{10} \operatorname{erfc}(1+4c)a - m_1 m_0 P_{01} \operatorname{erfc}(1-2c)a \quad (45)$$

$$2a_{12} = [m_0 m_1 P_{10} - m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\}] \cdot \operatorname{erfc} a + [m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} - m_0^2 P_{01}] \operatorname{erfc}(1-2c)a + m_0^2 P_{01} \operatorname{erfc}(1-4c)a - m_1 m_0 P_{10} \operatorname{erfc}(1+2c)a \quad (46)$$

$$2a_{21} = [m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} - m_1^2 P_{10}] \cdot \operatorname{erfc}(1-2c)a + [m_1 m_0 P_{01} - m_1 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\}] \operatorname{erfc} a + m_1^2 P_{10} \operatorname{erfc}(1-4c)a - m_1 m_0 P_{01} \operatorname{erfc}(1+2c)a \quad (47)$$

$$2a_{22} = [m_0 m_1 P_{10} - m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\}] \cdot \operatorname{erfc} a + [m_0 \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} - m_0^2 P_{01}] \operatorname{erfc}(1+2c)a + m_0^2 P_{01} \operatorname{erfc}(1+4c)a - m_0 m_1 P_{10} \operatorname{erfc}(1-2c)a \quad (48)$$

$$2u_1 = m_1 P_{10} \operatorname{erfc}(1+2c)a + \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} \operatorname{erfc} a + m_0 P_{01} \operatorname{erfc}(1-2c)a \quad (49)$$

$$2u_2 = m_1 P_{10} \operatorname{erfc}(1-2c)a + \{m_1(1-P_{10}) + m_0(1-P_{01})\} \operatorname{erfc} a + m_0 P_{01} \operatorname{erfc}(1+2c)a \quad (50)$$

ところで, $m_1 = m_0$ とすれば $P_{10}(k) = P_{01}(k)$ であるから式(44)はスカラーで表わすことができる $P_{10}(k) = P(k)$ とおくと, 式(44)から

$$P(k) = S^k P(0) + \left(\frac{1-S^k}{1-S} \right) \cdot \mathbf{u} \quad (51)$$

$$S = \frac{1}{4} \operatorname{erfc}(1+2c)a - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} a + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}(1-2c)a$$

$$\begin{aligned}
& +P(0)\left[\frac{1}{8}\operatorname{erfc}(1+4c)-\frac{1}{2}\operatorname{erfc}(1+2c)\right. \\
& +\frac{3}{4}\operatorname{erfc}a-\frac{1}{2}\operatorname{erfc}(1-2c)a \\
& \left. +\frac{1}{8}\operatorname{erfc}(1-4c)a\right] \quad (52)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u & =\frac{1}{2}\operatorname{erfc}a+P(0)\cdot\left[\frac{1}{4}\operatorname{erfc}(1+2c)a-\frac{1}{2}\operatorname{erfc}a\right. \\
& \left. +\frac{1}{4}\operatorname{erfc}(1-2c)a\right] \quad (53)
\end{aligned}$$

$$P(0)=P_F \text{ (式 (36) より)}$$

さて一般に $S \ll 1$ であるから、 k を少し大きくとれば式 (51) は、すぐ収束して

$$P(\infty)=\frac{u}{1-S} \quad (54)$$

となる。この式において、干渉があまり大きくないときは、 $P(0) \ll 1$ であるから、 $u \simeq \frac{1}{2}\operatorname{erfc}a$ で

$$P(\infty) \simeq \frac{1}{1-S} \cdot \frac{1}{2}\operatorname{erfc}a \simeq \frac{1}{2}\operatorname{erfc}a \quad (55)$$

すなわち、 k が大きいとき図 2 の回路出力パルスの誤り率は、干渉が全く存在しない場合の誤り率とほとんど同じである。また誤り率 $P(k)$ の k に対する収束性は速く、図 2 の回路の段数は少しで十分である。

3.4 誤判定波及の評価

誤った干渉補償を行なうとその影響は前後パルスに及ぶ。先行パルスからの干渉補償回路を用いるとその影響は後続パルスへ波及し、後続パルスからの干渉補償回路を用いることによって、先行パルスのいくつかに及ぶ。いま時間の早いものから順にパルスに番号をつけて、誤判定されたパルスの番号を l とし記号をつぎのように定める。

$R(l-k)$: 誤判定されたパルスより k 個先行するパルスの誤り率ベクトル

$R(l+k)$: 誤判定されたパルスより k 個後に後続するパルスの誤り率ベクトル

$$R(l-k)=\begin{bmatrix} R_{10}(l-k) \\ R_{01}(l-k) \end{bmatrix}$$

$$R(l+k)=\begin{bmatrix} R_{10}(l+k) \\ R_{01}(l+k) \end{bmatrix}$$

まず $R(l-k)$ から求めてみよう。図 2 の回路において最終出力の判定回路より k 段前にある判定回路が誤判定をした時は、間違った干渉補償量が $k-1$ 段前の回路に加えられそのパルス判定に悪影響を及ぼす。この影響が最終出力にまで及び、その結果出力の誤り率が $R(l-k)$ となる。さて、式 (43) より

$$P(k)=AP(k-1)+u \quad (43)$$

この式は、 $k-1$ 段の補償回路へさらにもう一段補償回路を付加した時の誤り率の変化を与えるものである。ゆえに最終段の判別回路から k 段前にある判別回路が誤って判定すると、最終段の判別回路から出てくるパルスの誤り率 $R(l-k)$ は、式 (44) と似た形でのつぎのように書ける。

$$\begin{aligned}
R(l-k) & =A^k R(l)+(A^{k-1}+A^{k-2}+\dots+A+U)u \\
R(l) & =\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (56)$$

A, u は式 (45)~(50) で与えられる。

つぎに $R(l+k)$ を考える。図 1 の補償回路によって第 $l+k$ 番目のパルスに加えられる補償量の誤り率が $R(l+k-1)$ であるから、式 (9)~(16) において右辺にある P_{ij} を第 $l+k-1$ 番目のパルスの誤り率とみなせば、式 (17), (18) の左辺で与えられる P_{ij} は第 $l+k$ 番目のパルスの誤り率である。ゆえに、

$$R_{10}(l+k)=b_{11}R_{10}(l+k-1)+b_{12}R_{01}(l+k-1)+v_1 \quad (57)$$

$$R_{01}(l+k)=b_{21}R_{10}(l+k-1)+b_{22}R_{01}(l+k-1)+v_2 \quad (58)$$

ここで、 b_{ij}, v_i は、式 (21)~(26) を用いて

$$2b_{11}=2-\alpha \quad 2b_{12}=\beta \quad 2v_1=p \quad (59)$$

$$2b_{21}=r \quad 2b_{22}=2-\delta \quad 2v_2=q \quad (60)$$

また、行列 B とベクトル v を用いて

$$R(l+k)=B^k R(l)+(B^{k-1}+B^{k-2}+\dots+B+U)v \quad (61)$$

$$B=\begin{bmatrix} 1-\frac{\alpha}{2}, & \frac{\beta}{2} \\ \frac{r}{2}, & 1-\frac{\delta}{2} \end{bmatrix} \quad v=\begin{bmatrix} \frac{p}{2} \\ \frac{q}{2} \end{bmatrix} \quad R(l)=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

と表わすこともできる。

前と同じく、ここで $m_1=m_0$ とすれば、簡単になつて

$$R(l-k)=R_{10}(l-k)=R_{01}(l-k)=S^k+\left(\frac{1-S^k}{1-S}\right)u \quad (62)$$

$$R(l+k)=R_{10}(l+k)=R_{01}(l+k)=R^k+\left(\frac{1-R^k}{1-R}\right)v \quad (63)$$

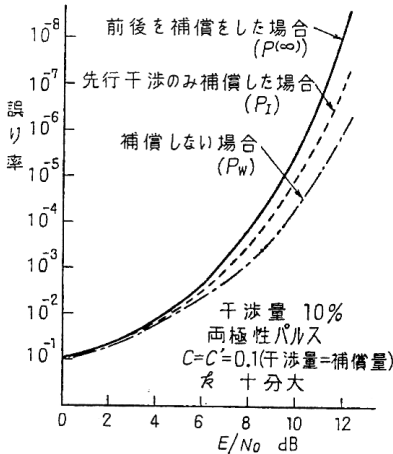
S, u は (52), (53) で与えられ、 R, v はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
8R & =\operatorname{erfc}(1-3c)a-\operatorname{erfc}(1-c)a \\
& \quad -\operatorname{erfc}(1+c)a+\operatorname{erfc}(1+3c)a \quad (64)
\end{aligned}$$

$$4v=\operatorname{erfc}(1-c)a+\operatorname{erfc}(1+c)a \quad (65)$$

4. 結 果

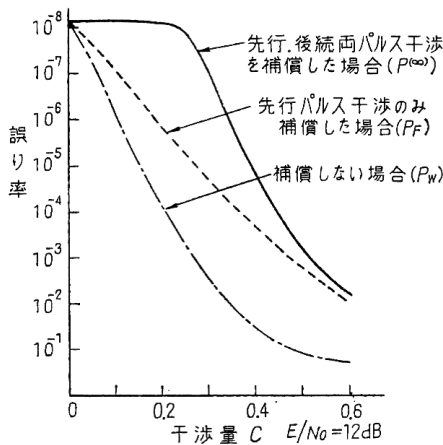
以上求めた式において, $m_1 = m_0$, $c = c'$ とした場合の結果を図に示す. 図 3 は干渉量が一定のとき受信 SNR に対する誤り率の変化を与え, 図 4 は受信 SNR が一定のとき干渉量に対する誤り率の変化を示している. ただし後続パルスからの干渉補償回路の段数は十分大きいものとして式 (54) を用いた.



干渉量は, パルス積分値に対する % である. また, 前後の補償をした場合のグラフは, 補償段数が十分大きいときのものである

図 3 誤り率の S/N 特性

Fig. 3—Error rates vs. signal to noise ratio.



$c = c'$ (干渉量 = 補償量). また, 先行後続両パルス干渉を補償した場合のグラフは k (Fig. 2 (回路の段数) が十分大の場合式 (54) である

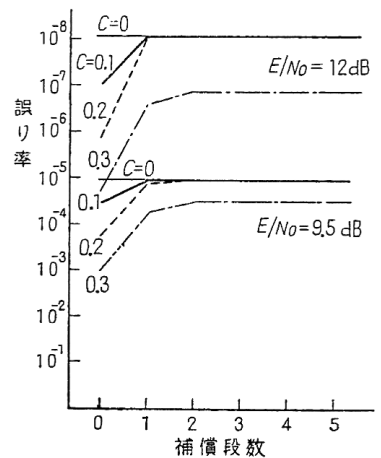
図 4 干渉量と誤り率

Fig. 4—Error rate vs. interferences.

先行パルスから干渉がなく後続パルスからのみ干渉が生じている場合のグラフ (式 (38) の P_I) は, 図 3, 4 中の P_F の曲線とほとんど一致しグラフ上では差となって表われないので省略した. これは, 図 1 の回路によって先行パルスからの干渉をほとんど除きうるということである. また図 4 から明らかなように図 1, 2 の回路を組み合わせさせた干渉補償回路は, 前後パルスからの干渉をほとんど除くことができる. ただ,

先行パルスからの干渉は常に除くことができるが, 後続パルスからの干渉を補償する場合には干渉量にスレシヨールドがあって, 図 4 に示す通り前後のパルスからおのおの 25% 以上の干渉があると機能は低下する. この原因は, 最悪時 (すなわち前後パルスからの干渉がともにパルスのエネルギーを減らす方向に働き, かつ干渉補償回路が 2 つとも誤動作した場合) パルスの積分出力は干渉が存在しない場合のパルス積分出力を基準 (1) として $1 - 4|c|$ になり, パルス間干渉が前後からおのおの 25% を越しているとパルス積分値が負になる. こういう場合は雑音が少なくても誤判定をすることがあるわけで, したがって急に出力の誤り率が増加する.

つぎに図 5 は, 図 2 の回路の補償段数と誤り率との関係を示したもので, これから明らかなように, 後続パルスからの干渉補償回路は 1~2 段で十分である. 図 5 中パルス間干渉が前後からおのおの 10, 20% のものは, 補償 2 段で干渉がないときの誤り率にほとんど一致するが, パルス間干渉が前後からおのおの 30% となると補償をたとえ何段つけても干渉がない場合の誤り率からかなり隔っている. これは前述した 25% スレシヨールドに原因があるといえる.



ただし, 補償回路入力は, 図 1 の (out)' より得られたものである
図 5 後続パルス干渉補償回路の補償段数と誤り率の改善
Fig. 5—Error rate vs. number of stages of the compensating circuit for succeeding pulses interferences.

図 6 は誤判定の前後パルスに及ぼす影響を示したもので, 図 1 の先行パルスからの干渉を補償する回路において判定器が誤判定したとき, 誤判定されたパルスに続くパルス列の誤り率 (まだ後続パルスからの干渉補償をする前の誤り率) が, パルス番号正の所に示されており, またパルス番号負の場合は図 1 の回路に続く図 2 の回路中での判定器が誤判定した時の先行するパルスの出力誤り率を示している. これによると,

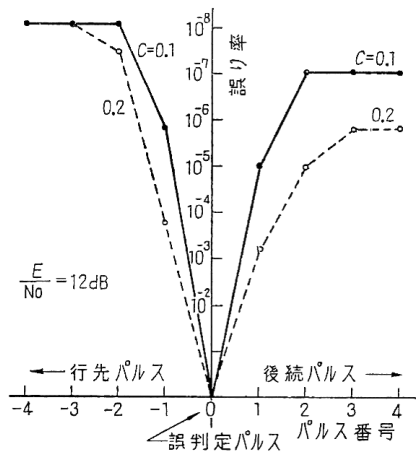


図 6 誤判定の、前後パルスに及ぼす影響

Fig. 6—Effects of erroneous decision to preceding and succeeding pulses.

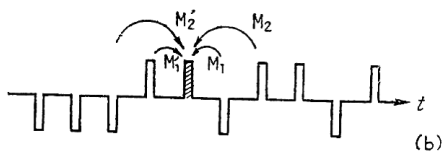
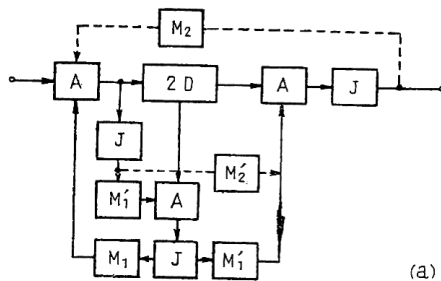


図 7 先行、後続両パルス干渉補償回路

Fig. 7—Over-all compensating circuit for interferences from preceding and succeeding pulses.

上述したように、パルス間干渉の解析は前後の 2 種類のパルスからの干渉のみを仮定したが、それ以外干渉があったとしても上述の結果を拡張して同様な干渉減少を期待できる。以上の結果から前後パルスからの干渉補償回路を構成してみると図 7 のものが考えられる。

図 7 の (b) 図に示したいくつかのパルス間干渉は、(a) 図に同じ記号 M_i で示された所の回路で補償することができる。図には先行後続おのおの 1 つのパルスからの干渉だけでなく、前後おのおの 2 つ隔ったパルスからの干渉をも合わせ補償する回路が示されている。

5. む す び

以上詳記したように伝送路特性によって生じるパルス間干渉は、図 7 のような補償回路を用いることにより、干渉量が前後のパルスからそれぞれ 25% 以内であればほとんど除きうる。また一度誤判定をしてもその影響はパルスを 2 つほど離れれば全くなるとみて差支えないということが結論される。

ここに述べた方式は直列パルス伝送についてのみ解析を行なったが、さらに拡張することによって直交変調方式におけるタイムスロット間干渉を軽減する対策としても全く同様に適用が可能であり誤り率を 1~2 桁改善することができる。

謝辞 終りに、この研究にあたり有益なご討論と助言をいただいた、本学助教授秋山稔氏ならびに研究室の方々諸氏に感謝する。

(昭和 40 年 12 月 3 日受付, 41 年 5 月 4 日再受付)

度誤判定をしてもそのパルスから前後 2 つほどパルスを離れば、ほとんどその影響はなくなり補償の効果のあることがわかる。