

2

交換研究会資料
資料番号 S E 68-10(1968-06)

分散形交換網の構成法

尾佐竹 徇・田中英彦
阿部 豊彦
(東北大学・工学部)

1968年6月20日

社団法人 電子通信学会

分散形交換網の構成法

尾佐竹 徇・田中英彦・阿部豊彦

(東京大学・工学部)

1. まえがき

現在の交換網の基本的構成法は、星状網・網状網の複合交換網であるが、将来の通信・交換技術に適した交換網ということを考えると、別の網形態である蜂の巣形網・格子形網などの分散形交換網の特徴が充分発揮されるように思われる⁽¹⁾。

交換網は、また、将来の都市形態・都市人口などとも関連づけながら、検討されるべきである。たとえば、急速に進行しつつある人口の都市集中化、一方、逆に生じている農村人口の過疎化の現象は、生活様式の変化などとともに、発着加入者間の分布に変化を与え、呼びの流れに方向性を生じさせるであろう。また、有限の広がりを持つ地域で交換網を構成するとき、地域内の幾何学的位置により、呼びの流れの分布は変わるであろう。したがって、分散形交換網についても、呼びの流れの方向性、呼びの流れの分布などを考慮する必要がある。従来までの分散形交換網は、加入者がある広い地域一面に分布する場合を考えて、呼びの流れの方向性、呼びの流れの分布が、一様として扱われてきたが、本文では、呼びの流れに方向性のある場合、網が有限の広がりを持つ場合の、分散形交換網の構成法について考察した。蜂の巣形網と格子形網について、おのおの適当なルート選択方式を与え、それらに対し、交換網線路長な

どについて検討を加えた。

2. 呼びの流れに方向性のある場合の構成法

2.1 呼びの流れの方向性 図1のような極座標を用いて、呼びの

発着加入者間分布を

$$P(r, \theta) \cdot r dr d\theta = K \cdot e^{-\frac{r}{D}} \cdot r dr d\theta \dots\dots\dots (1)$$

D : 呼びの距離定数 (呼びの最大生起距離)

K : 規格化の条件で定まる定数

のように指数形と仮定する。いま、呼びの流れの方向性を、呼びの距離定数 D が θ の関数であるという形で導入する。 $D(\theta)$ は簡単で滑らかな関数として、図2のようなだ円を仮定する。規格化すると式(1)は

$$P(r, \theta) \cdot r dr d\theta = \frac{\varepsilon}{2\pi D_0^2} \cdot e^{-\frac{r}{D(\theta)}} \cdot r dr d\theta \dots\dots\dots (2)$$

$$D(\theta) = \frac{D_0}{\cos \theta \sqrt{1 + \varepsilon^2 \tan^2 \theta}}$$

となる。 $\varepsilon = 1$ のときは円分布となり方向性のない場合の分布になる。

2.2 平均中継数と呼び量 図3のような格子形網・蜂の巣形網を

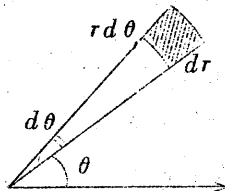


図1 通話距離の表示

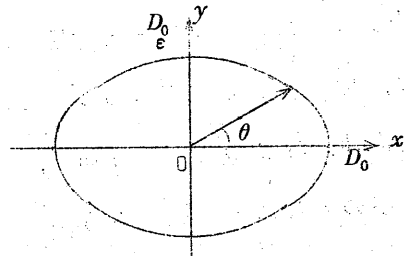


図2 $D = D(\theta)$

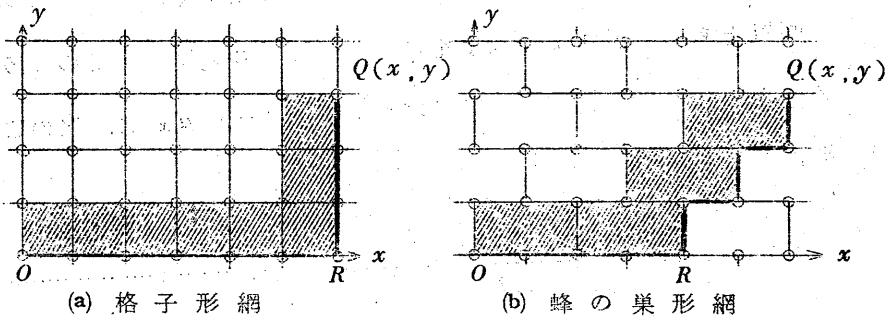


図3 分散形交換網

考える。蜂の巣形網は、これを引き延ばした煉瓦積構造とし、各リンク長は格子形網と等しいとする。ルート選択方式は比較的制御が容易で、呼損率の悪くない帯状ルート選択方式を变形した反復形をとる。図3中、直通ルートは x 方向を優先した最短ルートとし、1段のう回ルート(図の斜線部)を付加する。あともどりは OR 間では y 方向、 RQ 間では x 方向にのみ許すことになる。式(2)を用いて、各方向の平均中継数および各方向のリンクを流れる一方向の呼び量を求める。ただし、図2、図3の x, y 軸は合わせておく。

2.2.1 格子形網 1本のリンク長を d とすると、 $0(0, 0)$ 局にいたるに要する中継数 $n(x, y)$ は

$$n(x, y) = \left\lceil \frac{x}{d} + \frac{1}{2} \right\rceil + \left\lceil \frac{y}{d} + \frac{1}{2} \right\rceil \dots\dots\dots (3)$$

ゆえに、 x 方向、 y 方向の平均中継数 n_x, n_y は

$$n_x = 4 \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x}{d} P(x, y) dx dy = \frac{4D_0}{\pi d} \dots\dots\dots (4)$$

$$n_y = \frac{4D_0}{\pi d} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \dots\dots\dots (5)$$

となる。あともどりについては、各リンクの閉そく率 b が小さいとして、2 回以上あともどりする確率を無視すれば、 n_x についてのみ一回パラメータをかければよい。 x 方向の一回パラメータ μ_x は、次のようになる。

$$\mu_x = 1 + \frac{2 n_y \cdot b}{n_x \{ 1 + (n_x + n_y) b \}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

x 方向、 y 方向の各リンクを流れる呼び量 A_x, A_y は、各局の平均完了呼び量を α_c アーランとして次のようになる。

$$A_x = \frac{1}{2} \alpha_c n_x = \frac{1}{2} \alpha_c \bar{n} \cdot \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$A_x = \frac{1}{2} \alpha_c \bar{n} \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、平均中継数 $\bar{n} = n_x + n_y$

2.2.2 蜂の巣形網 前と同様な考え方で、 $0(0, 0)$ 局から $Q(x, y)$ 局にいたるに要する中継数 $n(x, y)$ は

$|x| \geq |y|$ のとき

$$n(x, y) = \left\lfloor \frac{x}{d} + \frac{1}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{d} + \frac{1}{2} \right\rfloor \quad \dots\dots\dots (9)$$

$|x| < |y|$ のとき

$$n(x, y) = 2 \left\lfloor \frac{y}{d} + \frac{1}{2} \right\rfloor \quad \dots\dots\dots (10)$$

となるから、各方向の平均中継数 n_x, n_y および呼び量 A_x, A_y は

$$n_x = \frac{4D_0}{\pi d} \cdot \frac{\sqrt{1+\epsilon^2}}{\epsilon} \dots\dots\dots (11)$$

$$n_y = \frac{4D_0}{\pi d} \cdot \frac{1}{\epsilon} \dots\dots\dots (12)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \alpha_c n_x = \frac{1}{2} \alpha_c \bar{n} \cdot \frac{\sqrt{1+\epsilon^2}}{1+\sqrt{1+\epsilon^2}} \dots\dots\dots (13)$$

$$A_y = \alpha_c \bar{n} \cdot \frac{1}{1+\sqrt{1+\epsilon^2}} \dots\dots\dots (14)$$

となる。同様に x 方向のう回パラメータ μ_x は次のようになる。

$$\mu_x = 1 + \frac{2 n_y \cdot b}{n_x \{ 1 + \frac{1}{2} \cdot (n_x + n_y) b \}} \dots\dots\dots (15)$$

2.3 最悪呼損率の計算 図4のような $n \times m$ の格子形網・蜂の巣形網について、 O 局から Q 局へ向かう呼びの呼損率を最悪呼損率 B とする。 x 方向・ y 方向の各リンクの閉そく率を b_x, b_y とし、最悪呼損率 B を求める。ルート選択方式は前節と同じ反復形を考え、あともどりについても同様とする。

反復形ルート選択方式の呼損率式は、各段からの呼損率間の漸化式から、一般的に解くことができるが⁽²⁾、段数が多くなると解析的に求める

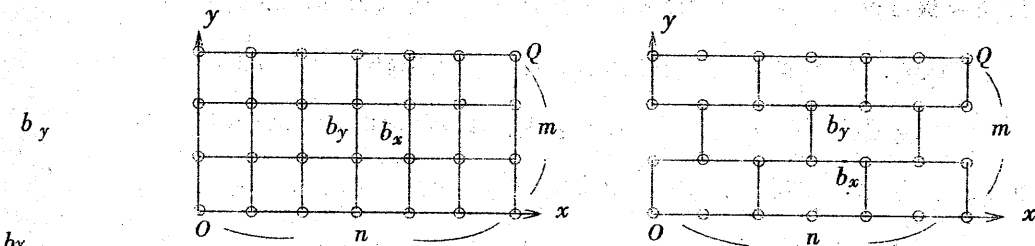


図4 分散形交換網 ($n \times m$)

ことが困難なので、次のような仮定をする。

- (1) 直通ルートおよびう回ルートはすべて独立である。
- (2) b_x , b_y が小さいとして、あともどりは2回以上行なわれぬ。

この仮定を導入することにより、呼損率は容易に求めることができる。

2.3.1 格子形網 0局からの呼びが、直通ルートを通してQ局にいたりうる確率は

$$c_x^n c_y^m \quad (\text{ただし, } c_x = 1 - b_x, \quad c_y = 1 - b_y)$$

直通ルートで、1回だけ閉そくにあつてQ局にいたりうる確率は

$$(n-1) b_x c_x^{n-1} c_y^m + (1 - c_x c_y) c_x^{n-1} c_y^m \\ + (m-1) b_y c_x^n c_y^{m-1}$$

これらに直通ルート・う回ルートで、おのおの1回閉そくにあつてQ局にいたりうる確率を加え合わせると、0局からの呼びがQ局にいたりうる確率が求められ、 b_x^3 , b_y^3 以上の項を無視して、最悪呼損率Bは次のようになる。

$$B = (n-1) b_x^2 + (m+n) b_x b_y + m b_y^2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

2.3.2 蜂の巣形網 同様の考え方で、最悪呼損率Bを計算すると、次式が得られる。

$$B = (2n-1) b_x^2 + (2n+m) b_x b_y + m b_y^2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

2.4 交換網線路長 いままでの解析で得たリンクを流れる呼び量と呼損率を基にして、交換網線路長を求める。網の構成方針は図4のような区域で、ある最悪呼損率Bが与えられたとき、必要総線路長が最小になるように、x方向・y方向の各リンクの閉そく率 b_x , b_y をきめることにする。x方向・y方向の各リンクを流れる呼び量を A_x , A_y , 各

1段のリンクの本数を K_x , K_y とし、リンクの呼び分布にアールン式を仮定すると

$$b_x = \frac{\frac{A_x^{K_x}}{K_x!}}{\sum_{i=0}^{K_x} \frac{A_x^i}{i!}} \quad b_y = \frac{\frac{A_y^{K_y}}{K_y!}}{\sum_{i=0}^{K_y} \frac{A_y^i}{i!}} \quad \dots \dots \dots (18)$$

この区域内の必要総線路長 L は、格子形網の場合

$$L = d \{ n(m+1)K_x + m(n+1)K_y \} \quad \dots \dots \dots (19)$$

蜂の巣形網の場合

$$L = d \left\{ n(m+1)K_x + \frac{m(n+1)+1}{2} K_y \right\} \quad \dots \dots \dots (20)$$

x 方向・ y 方向のリンク閉そく率比を k ($b_x = b$, $b_y = kb$) として、式(16)、式(17)を b_x , b_y について解くと、格子形網の場合

$$b_x = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{mk^2 + (m+n)k + n - 1}} \quad b_y = kb_x \quad \dots \dots \dots (21)$$

蜂の巣形網の場合

$$b_x = \frac{B}{\sqrt{mk^2 + (2m+n)k + 2n - 1}} \quad b_y = kb_x \quad \dots \dots \dots (22)$$

となり、必要総線路長 L を最小とする最適閉そく率比 k が存在する。

数値計算結果の一例を図5、図6に示す。数値についての仮定は、次のとおりである。

- (1) $n = 10$ 段, $m = 5$ 段の区域を考えた。
- (2) 最悪呼損率 B を 1% とした。
- (3) 格子形網について、各方向のリンクを流れる呼び量の和 A_g を、

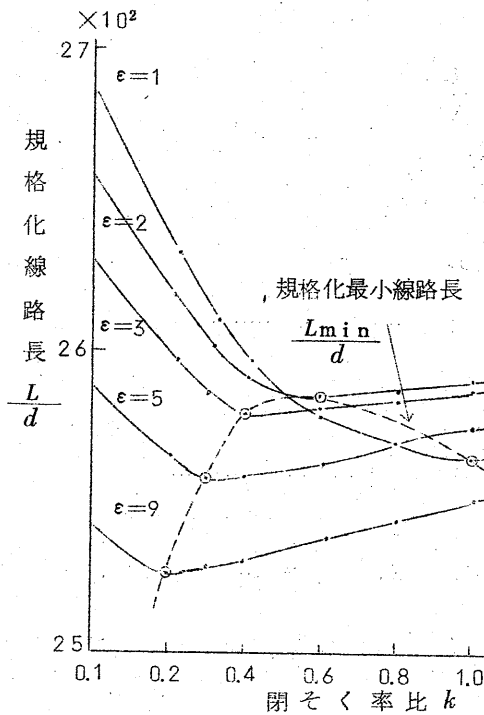


図5 閉そく率比による交換網線路長の変化 (格子形網)

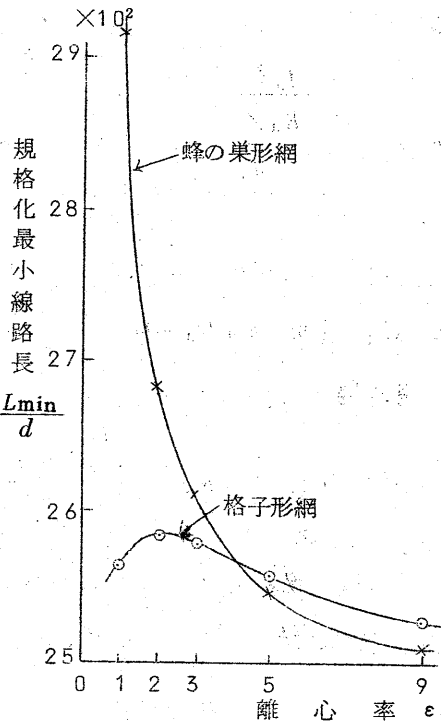


図6 最小線路長の比格

30アーランとした。したがって、格子形網と同じ条件で、蜂の巣形網の各方向のリンクを流れる呼び量の和 A_h は次のようになる。

$$A_h = \frac{1 + \sqrt{1 + \epsilon^2}}{1 + \epsilon} \cdot A_y \dots\dots\dots (23)$$

蜂の巣形網の交換網線路長についても図5と同様に、 ϵ が大きくなると、最適閉そく率比 k は小さくなるという結果が得られた。すなわち、 x 方向のリンクを流れる呼量が増大したときは、 x 方向のリンクの本数の増加をおさえ、 y 方向のリンクを増加して、 u 回を多くした方が有利だといことがわかる。図6からは呼びの流れの方向性が大きくなると、蜂

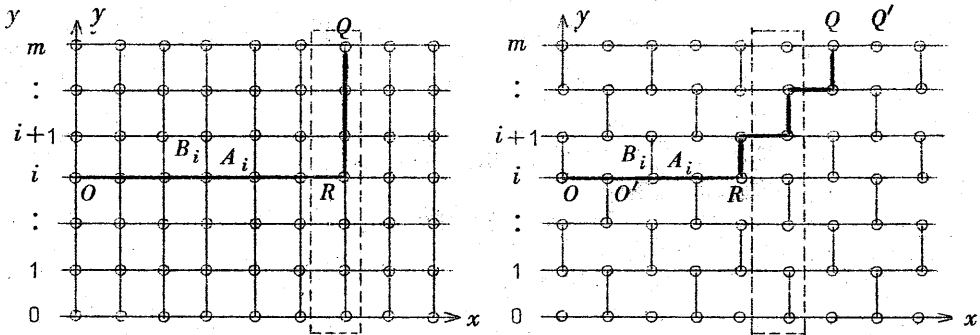


図7 y方向に有限な分散形交換網

の巢形網の方が、格子形網より有利になることがわかる。これは、蜂の巢形網では、y方向に呼びが向かうためのx方向の平均中継数の増加がきかなくなるためである。

3. 有限な分散形交換網の構成法

交換網がある広い地域一面に広がっている場合には、リンクの存在する幾何学的位置について考慮する必要がなかつたが交換網が有限の場合には、端の影響でリンクの位置により、流れる呼びの分布が変わる。ここでは、図7のようなy方向の段数が有限、x方向の段数が無限の分散形交換網について、各リンクの呼びの流れの分布を求める。

3.1 呼びの流れの分布 各局の平均発信呼量は一樣とし、呼びの発着加入者間分布は、距離について負の指数分布と仮定する。呼びの流れの方向性はなく一樣とする。図7において第i段にある任意の局Oからx方向にr段、y方向にk段離れた局Qに呼びが向かう確率 $P(nd, kd)$ は

$$P(nd, kd) = C_i e^{-a\sqrt{n^2+k^2}} \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 D : 呼びの距離定数, d : 1本のリンク長, $a = d/D$ (1/ (呼びの最大生起段数)) である。

C_i は規格化の条件できまり, 端に近い段ほど大きい。すなわち, 通話距離が等しければ, 端に近い局からの呼び量ほど大きくなっている。ルート選択方式は前章と同様, 反復形ルート選択方式とする。各リンクの閉そく率は一様に b とする。次のような記号を用いる。

A_i : 第 i 段にある x 方向のリンクを流れる呼び量。

B_i : 第 i 段と第 $(i+1)$ 段を結ぶ y 方向のリンクを流れる呼び量。

d : 各リンクの閉そく率, $C = 1 - b$

A_i, B_i は x 方向について一様である。したがって, A_i は任意の第 j 段の 1 局から出た呼びが, 第 i 段の x 方向のリンクを通して, 網内の任意の局に着信する確率と, そのとき使用する第 i 段の x 方向のリンク数とをかけて, j および着信局について加え合わせればよい。1 局当りの平均発信呼量を α , N 中継で呼びが着信する確率を $\text{Prob}(N)$, そのとき第 i 段の x 方向のリンクを n 本使う確率を $\text{Prob}_i(n|N)$ とすると

$$A_i = \alpha \sum_N \sum_n \text{Prob}_i(N) \cdot \text{Prob}_i(n|N) \cdot n \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。 B_i についても同様に, 第 i 段, 第 $(i+1)$ 段間の y 方向のリンクを n 本使う確率を $\text{Prob}'_i(n|N)$ とすると, 次のようになる。

$$B_i = \alpha \sum_N \sum_n \text{Prob}(N) \cdot \text{Prob}'_i(n|N) \cdot n \quad \dots\dots\dots (26)$$

以上から $\alpha = 1$ として A_i, B_i を求める。一般には結果を α 倍すればよい。前章と同様, 反復形ルート選択方式について, 次のように近似する。

- (1) 直通ルートおよび回ルートはすべて独立である。
- (2) 各リンクの閉そく率 b が小さいとして、2回以上回することがない (b^2 以上の項を無視する)。

3.1.1 格子形網 図7において第 i 段の局から出る呼びについて

考えると、第 j ($> i$) 段の局に N 中継で呼びが向かう確率は

$$\text{Prob}(N) = C_i e^{-a\sqrt{(N-j+i)^2 + (j-i)^2}}$$

$\text{Prob}_i(n|N)$ は

- (1) 直通ルート ORQ を通る場合

$$C^N : n = N - j + i$$

- (2) OR 間で回する場合

$$bC^N : n = 1 \sim N - j + i - 1$$

- (3) RQ 間で回する場合

$$bC^{N+2} : n = N - j + i$$

これらを加えて整理すると、第 i 段の局から出る呼びにより、第 i 段の x 方向リンクを流れる呼び量 A_i 、 i は、 $k = j - i$ とおいて

$$A_{i,i} = 2 \left(\sum_{k=1}^i + \sum_{k=1}^{m-i} \sum_{N=1}^{\infty} C_i \left\{ NC^{N+k} + \frac{N(N-1)}{2} \cdot bC^{N+k} + k bC^2 C^{N+k} \right\} e^{-a\sqrt{N^2+k^2}} \right) \dots\dots\dots (27)$$

となる。ただし、同じ列にある局に向かう呼びは、別に扱う必要がある。他の段の局から出る呼びについても、同様にして求めることができ、これらをすべて加えれば A_i が求まる。 B_i についても同様である。

3.1.2 蜂の巣形網 格子形網と同様に、第 i 段の局から出る呼び

について考えると、第 j 段の局に N 中継で呼びが向かう確率は格子形網と同じで、 $\text{Prob}_i(n|N)$ は

(1) 直通ルート ORQ を通る場合

$$C^N : n = N - 2(j - i)^* (+1)$$

(2) OR 間でう回する場合

$$bC^N : n = 1^*(2) \sim N - 2(j - i)^*(-1)$$

(3) RQ 間でう回する場合

$$bC^{N+2} : n = N - 2(j - i)^*(+1)$$

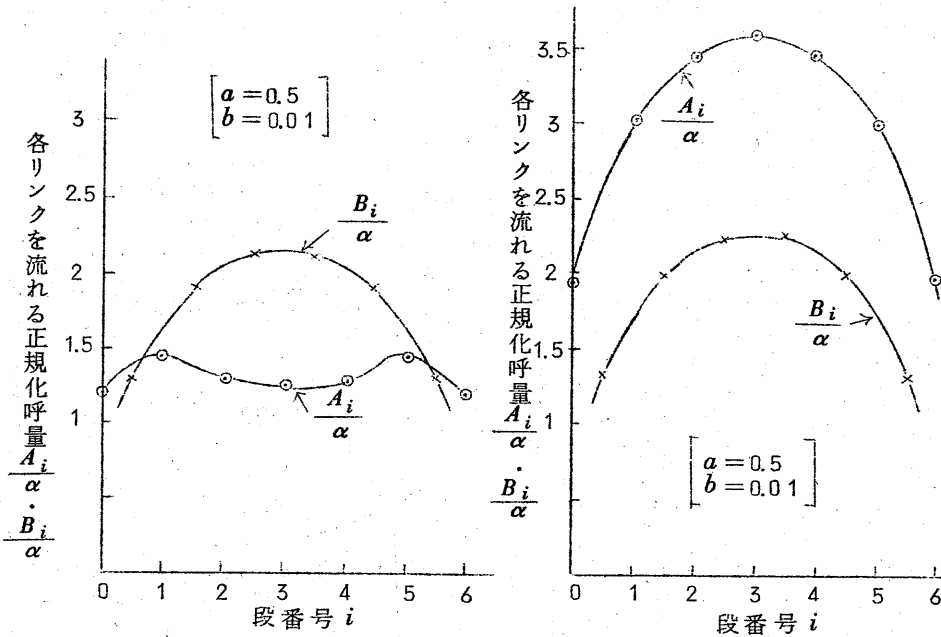
(*印は、図7で $O \rightarrow O'$, $Q \rightarrow Q'$ のように x 方向に1段ずれた場合)

これらを加えて整理すると $A_{i,i}$ は、次のようになる。

$$A_{i,i} = \left(\sum_{k=2}^i + \sum_{k=2}^{m-i} \right) C_i \left[\sum_{N=k}^{\infty} C^{N+k} \left\{ 2N - 2k + 1 + \frac{n^2}{2} + \left(k - \frac{3}{2} \right) n - \frac{3}{2} k^2 + \frac{9}{2} k - 2 \right\} b \right] e^{-a\sqrt{N^2+k^2}} \dots\dots\dots (28)$$

他の項についても同様である。なお、 m が大きくなると、 b^2 以上の項がきいてくるため、以上の式が適用できるのは、 $m = 10$ 段程度までである。

数値計算結果の一例を図8に示す。図中、格子形網の x 方向の各リンクを流れる呼量 A_i は、端から2段目の第1段および第 $(m - 1)$ 段で最大になっているが、これはルート選択方式が x 方向優先の反復形であることによる。すなわち、 A_i はほとんど第 i 段の局からの発信呼量と、その両隣の局から出た呼びのう回呼量でさまる。ところが端の段の局から



(a) 格子形網 (b) 蜂の巣形網

図8 有限な分散形交換網の呼びの流れの分布 ($m=b$)

出た呼びは、う回路が端から2段目に限られるため、この段に流れる呼量が最大になる。蜂の巣形網では、網の中央部の使用確率が大きいから、中央で呼量が最大になっている。このとき y 方向に向かう呼びも、必ず x 方向のリンクを使うために、格子形網より A_i が大きくなる。 B_i については、蜂の巣形網の方が、格子形網よりう回が多いから、いくらか大きいですが、同じような分布をしている。ただし、蜂の巣形網では、実際にリンクに流れる呼量は2倍する必要がある。

3.2 交換網線路長 前節で得られた呼びの流れの分布を用いて、

交換網線路長を求める。図7のように破線で囲まれた x 方向1段の間を考えると、この区間内の総線路長の一例を計算すると、図9のようになる。

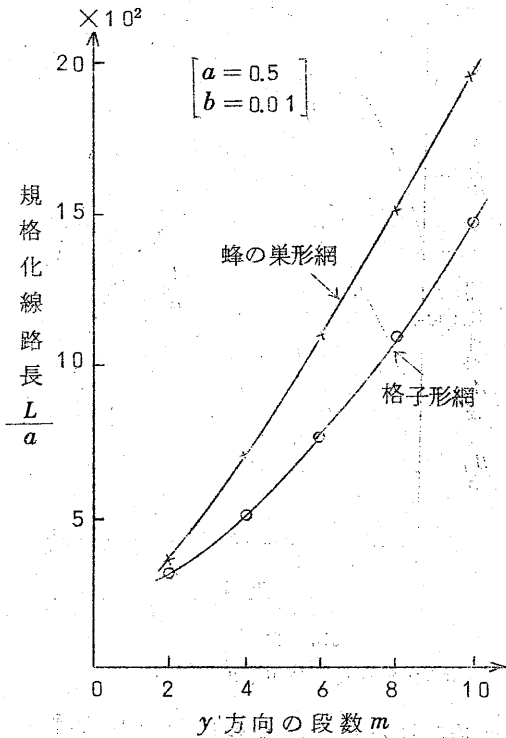


図9 交換網線路長の比較 ($\alpha=30E_r$)

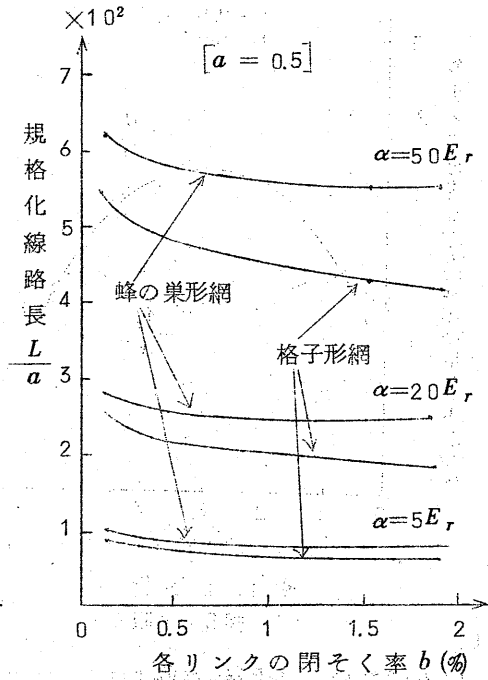


図10 交換網線路長の比較 ($m=2$)

仮定は次のとおりである。

- (1) リンクの呼び分布にアーラン式を仮定した。
- (2) 各局の平均発信呼量 α を一様に30アーランとした。
- (3) 各リンクの閉そく率 b を一様に1%とした。
- (4) $D=2d$, すなわち, $a=0.5$ を用いた。

また, $m=2$ 段の場合について比較すると, 図10のようになる。これらの結果は, 文献(1)の蜂の巣形網の方が, 格子形網より所要総線路長が短くなるという結果に反しているが, この違いは次のように説明できる。

第一に、本文で扱った蜂の巣形網は、煉瓦積構造であるのに対し、文献(1)では元にもどした本来の蜂の巣形網を考えている。したがって、この場合の1本のリンク長 d' は、本文の1本のリンク長 d に対して

$$d' = 0.8774d \dots\dots\dots (29)$$

となることが知られているから、文献(1)の方が総線路長が短くなる。

第二に、本文の計算では呼びの方向性を考えておらず、はいつてくる呼びと出てゆく呼びが等しいとして、これらを加えた呼量として計算している。文献(1)では、これらを分離して計算しているため、本文の計算結果は、格子形網についてはより安全側になっている。

第三に、ルート選択方式の相違がある。文献(1)では帯状ルート選択方式をとっているから、呼びの流れの分布が一様に近いのに対し、本文では x 方向優先の反復形ルート選択方式をとったため、図8のように格子形網では、一様に近い分布になったが、蜂の巣形網では、一様でなくなっている。したがって、本文で採用したルート選択方式は、格子形網にとって有利であるといえる。

4. むすび

格子形網・蜂の巣形網の分散形交換網について、呼びの流れに方向性のある場合、網が有限の場合の構成法を考えた。呼びの流れに方向性のある場合は、数値計算の結果、呼量の大きくなった方向のリンク閉そく率を上げた方がよく、また、方向性が大きくなると、蜂の巣形網が有利になることなどがわかった。

交換網が有限の場合は、呼びの流れの分布を求めた結果、分布が主と

してルート選択方式によることがわかった。したがって、交換網線路長を小さくするためには、分布を一様にするようなルート選択方式が必要で、蜂の巣形網では、たとえば、多段の帯状ルート選択方式のように、自由度を大きくしたものが、適当であろうと考えられる。

謝 辞

ご検討・ご助言いただいた本学秋山助教授、並びに研究室の方々に感謝する。

参考文献

- (1) 尾佐竹, 秋山, 田中: "蜂の巣形交換網", 信学誌, 50, 7, p. 57
(昭42-07)
- (2) 尾佐竹, 田中: "分散形交換網", 高周波談話会記録(昭42-10-25)